

RADICAUX

(3UAA5 : outils algébriques)

Dans ce chapitre, nous allons nous contenter des exercices les plus importants pour la suite de votre scolarité. N'oubliez pas de retourner voir les exemples dans la partie « théorie » en cas de souci ou d'hésitation.

LES RADICAUX

Les racines carrées (radicaux d'indice 2)

Calcule :

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{144} = 12$	$\sqrt{0,25} = 0,5$	$\sqrt{1000000} = 1000$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{625} = 25$	$\sqrt{0,000004} = 0,002$	$\sqrt{490000} = 700$
$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{169} = 13$	$\sqrt{1600} = 40$	$\sqrt{1,21} = 1,1$
$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{0,0036} = 0,06$	$\sqrt{0,01} = 0,1$

Encadrement et valeurs approchées d'un nombre réel

1) Encadre mentalement par des nombres entiers :

$$9 < \sqrt{90} < 10$$

$$6 < \sqrt{45} < 7$$

$$3 < \sqrt{12} < 4$$

$$21 < \sqrt{474} < 22$$

$$10 < \sqrt{104} < 11$$

$$15 < \sqrt{250} < 16$$

2) Encadre avec ta calculatrice et entoure la valeur arrondie :

À 0,1 près : $35,5 < \sqrt{1265} < 35,6$

À $\frac{1}{100}$ près : $29,93 < \sqrt{896} < 29,94$

À 10^{-3} près : $111,606 < \sqrt{12456} < 111,607$

À 0,0001 près : $31,4165 < \sqrt{987} < 31,4166$

3) Précise avec ta calculatrice :

La V.A.E. à 0,1 près de $\sqrt{417}$ → 20,5

La valeur arrondie à $\frac{1}{100}$ près de $\sqrt{29}$ → 5,39

La V.A.D. à 10^{-4} près de $\sqrt{173}$ → 13,1529

La valeur arrondie à 0,001 près de $\sqrt{541}$ → 23,259

Calcul dans \mathbb{R}

Effectue en respectant les priorités des opérations.

$$\begin{aligned}\sqrt{4} + 5.3^2 \\ &= 2 + 5.9 \\ &= 2 + 47 \\ &= 49\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{4+3.7} + \sqrt{4} + 3.7 \\ &= \sqrt{4+21} + 2 + 21 \\ &= \sqrt{25} + 23 \\ &= 5 + 23 \\ &= 28\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{4^2 + \sqrt{12.3}}{\sqrt{3^2 + 10.4^2}} \\ &= \frac{16 + \sqrt{36}}{\sqrt{9 + 10.16}} \\ &= \frac{16 + 6}{\sqrt{9 + 160}} \\ &= \frac{22}{\sqrt{169}} \\ &= \frac{22}{13}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{8^2 + 34 : 2} + 2\sqrt{16} \\ &= \sqrt{64 + 17} + 2.4 \\ &= \sqrt{81} + 8 \\ &= 9 + 8 \\ &= 17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(5-2)^2 + 16} : (-5) \\ &= \sqrt{3^2 + 16} : (-5) \\ &= \sqrt{9 + 16} : (-5) \\ &= \sqrt{25} : (-5) \\ &= 5 : (-5) \\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{10^2 - 8^2}}{\sqrt{0.36}} \\ &= \frac{\sqrt{100 - 64}}{0.6} \\ &= \frac{\sqrt{36}}{0.6} \\ &= \frac{6}{0.6} \\ &= 10\end{aligned}$$

Propriétés des radicaux

Applique les propriétés des radicaux pour calculer simplement :

$$\sqrt{125} \cdot \sqrt{80} = \sqrt{125 \cdot 80} = \sqrt{10000} = 100$$

$$\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{147}{3}} = \sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{45} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{45 \cdot 20} = \sqrt{900} = 30$$

$$\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{72}{2}} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{24} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{24 \cdot 6} = \sqrt{144} = 12$$

$$\frac{\sqrt{4000}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{4000}{10}} = \sqrt{400} = 20$$

Simplification des radicaux

Simplifie les radicaux au maximum :

$$1) \sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

$$2) \sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$$

$$3) \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$$

$$4) \sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$5) \sqrt{\frac{36}{48}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$6) \sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$$

$$7) \sqrt{242} = \sqrt{121 \cdot 2} = 11\sqrt{2}$$

$$8) \sqrt{245} = \sqrt{49 \cdot 5} = 7\sqrt{5}$$

$$9) \sqrt{\frac{16}{27}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{27}} = \frac{4}{\sqrt{9 \cdot 3}} = \frac{4}{3\sqrt{3}}$$

$$10) \sqrt{\frac{12}{49}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 3}}{7} = \frac{2\sqrt{3}}{7}$$

$$11) \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$$

$$12) \sqrt{10000} = 100$$

$$13) \sqrt{4500} = \sqrt{900 \cdot 5} = 30\sqrt{5}$$

$$14) \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$15) \sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$$

$$16) \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$$

$$17) \sqrt{150} = \sqrt{25 \cdot 6} = 5\sqrt{6}$$

$$18) \sqrt{300} = \sqrt{100 \cdot 3} = 10\sqrt{3}$$

$$19) \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{4 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

$$20) \frac{\sqrt{75}}{5} = \frac{\sqrt{25 \cdot 3}}{5} = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3}$$

Sans calculatrice, compare en utilisant les symboles <, = ou >

$$2\sqrt{50} > 3\sqrt{5}$$

$$(2\sqrt{50})^2 = 4 \cdot 50 = 200$$

$$(3\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 5 = 45$$

$$4\sqrt{5} > \sqrt{45}$$

$$(4\sqrt{5})^2 = 16 \cdot 5 = 80$$

$$(\sqrt{45})^2 = 45$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

$$(3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$$

$$(\sqrt{18})^2 = 18$$

$$2\sqrt{5} < 5\sqrt{2}$$

$$(2\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20$$

$$(5\sqrt{2})^2 = 25 \cdot 2 = 50$$

$$2\sqrt{2} < 3$$

$$(2\sqrt{2})^2 = 4 \cdot 2 = 8$$

$$3^2 = 9$$

$$5\sqrt{2} > 4\sqrt{3}$$

$$(5\sqrt{2})^2 = 25 \cdot 2 = 50$$

$$(4\sqrt{3})^2 = 16 \cdot 3 = 48$$

Opérations sur les radicaux

Effectue les additions et les soustractions suivantes :

$$1) 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

$$2) \sqrt{12} + 2\sqrt{3} = \sqrt{4.3} + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$3) \sqrt{27} - \sqrt{75} = \sqrt{9.3} - \sqrt{25.3} = 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

$$4) \sqrt{54} + 2\sqrt{24} - \sqrt{150} = \sqrt{9.6} + 2\sqrt{4.6} - \sqrt{25.6} = 3\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 5\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

$$5) -\sqrt{45} - \sqrt{125} + \sqrt{80} = -\sqrt{9.5} - \sqrt{25.5} + \sqrt{16.5} = -3\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = -4\sqrt{5}$$

$$6) \sqrt{48} + \sqrt{3} - \sqrt{27} = \sqrt{16.3} + \sqrt{3} - \sqrt{9.3} = 4\sqrt{3} + \sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$7) \sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{9.2} + \sqrt{4.2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$8) \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

$$9) \sqrt{98} - \sqrt{72} + \sqrt{32} = \sqrt{49.2} - \sqrt{36.2} + \sqrt{16.2} = 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$10) \sqrt{48} + 3\sqrt{27} + 2\sqrt{25} = \sqrt{16.3} + 3\sqrt{9.3} + 2.5 = 4\sqrt{3} + 9\sqrt{3} + 10 = 13\sqrt{3} + 10$$

Effectue les multiplications et les divisions suivantes et simplifie tes réponses au maximum :

$$1) \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{25} = 5$$

$$2) \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$$

$$3) \sqrt{3} \cdot \sqrt{21} = \sqrt{63} = \sqrt{9.7} = 3\sqrt{7}$$

$$4) \frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{96}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{48} = \frac{1}{2} \sqrt{16.3} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \quad \text{ou} \quad \frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{16.6}}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{\frac{6}{2}} = 2\sqrt{3}$$

$$5) \sqrt{12} \cdot \sqrt{\frac{1}{27}} = \sqrt{\frac{12}{27}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad \sqrt{12} \cdot \sqrt{\frac{1}{27}} = \sqrt{4.3} \cdot \sqrt{\frac{1}{9.3}} = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$$

$$6) \sqrt{7} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{98} = \sqrt{49.2} = 7\sqrt{2}$$

$$7) \sqrt{10} \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{10000} = 100$$

$$8) (3\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 5 = 45$$

$$9) \sqrt{\frac{7}{2}} : \sqrt{\frac{7}{32}} = \sqrt{\frac{7.32}{2.7}} = \sqrt{16} = 4$$

$$10) \sqrt{8} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$